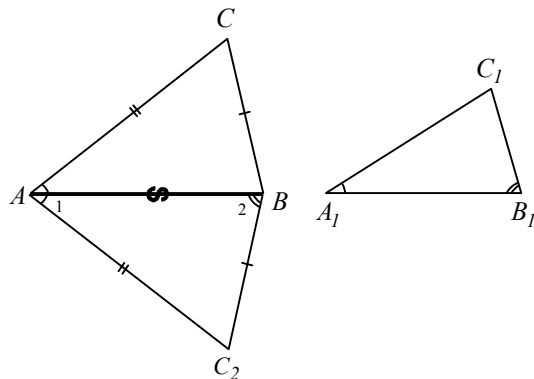


Третий признак подобия треугольников

Теорема. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, то такие треугольники подобны.

Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$.

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.



Доказательство

Чтобы доказать, что треугольники подобны, достаточно доказать, что $\angle A = \angle A_1$, тогда согласно II признаку подобия $\triangle ABC$ будет подобен $\triangle A_1B_1C_1$.

Рассмотрим $\triangle ABC_2$, у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$, тогда $\triangle ABC_2 \sim \triangle A_1B_1C_1$ по I признаку подобия треугольников (по двум углам).

В подобных треугольниках соответствующие стороны пропорциональны, поэтому $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC_2}{B_1C_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1}$, а по условию

теоремы $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$, тогда $BC = BC_2$, $AC = AC_2$.

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle ABC_2$:

- а) AB – общая сторона;
- б) $BC = BC_2$ по доказанному выше;
- в) $AC = AC_2$ по доказанному выше.

Следовательно, $\triangle ABC = \triangle ABC_2$ по III признаку равенства треугольников (по трём сторонам). В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому $\angle A = \angle 1$, а так как $\angle 1 = \angle A_1$, то $\angle A = \angle A_1$.

Получили, что в $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$, $\angle A = \angle A_1$,

поэтому по II признаку подобия треугольников $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

Итак, если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, то такие треугольники подобны.

Ч.т.д.